Topologia II
Llista de problemes número 7 (per al 2005-11-18)

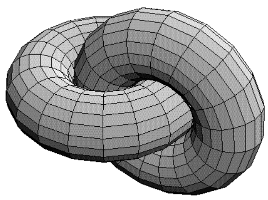
L'exercici 1 és copiat de la llista 4 (i també de la llista 5).
Els exercicis 2 i 3 són copiats de la llista 6.

1. Demostreu que un obert de $\mathbb{R}^2$ no és homeomorfe a cap obert de $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$. Pista: Un obert de $\mathbb{R}^n$ conté una bola E^n, la vora de la qual és S^{n-1} que conté S^2. Ara utilitzeu el teorema de Borsuk-Ulam.

2. Calculeu el grup fonamental de $\mathbb{R}P^2$ menys dos punts.

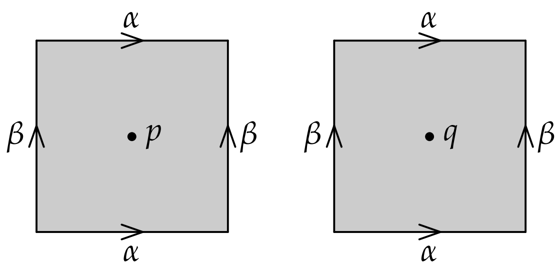
3. Calculeu el grup fonamental de $\mathbb{R}P^2$ menys tres punts.

4. Calculeu el grup fonamental de l'espai que s'obté enganxant dos tors T_1 i T_2 de la manera que indica el dibuix (el paral·lel de radi mínim de cadascun dels tors s'identifica amb un meridià de l'altre tor).



   Pista: utilitzeu Seifert-van Kampen amb dos oberts una mica més gran que cada tor.

5. Calculeu el grup fonamental del espai d'identificació següent:



   Pista: utilitzeu Seifert-van Kampen amb dos oberts: $U := X \setminus \{p\}$ i $V := X \setminus \{q\}$.

6. Sigui L una recta de $\mathbb{R}^3$. Calculeu el grup fonamental de $X := \mathbb{R}^3 \setminus L$.

   Pista: utilitzeu el regla del producte.

7. Sigui C_2 l'espai de parells de punts distints en $\mathbb{R}^2$. Altrement dit, $C_2 = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \setminus \Delta$, on Δ és el diagonal. Calculeu el grup fonamental de C_2.

   Pista: el diagonal és un subespai vectorial de $\mathbb{R}^4$ de dimensió 2. Ara utilitzeu l'idea de l'exercici anterior.