

Estimacions puntuals i per intervals de confiança

En l'estudi d'un fenomen o d'una variable, no sempre és possible treballar amb el conjunt de la població i sovint s'escull una mostra. Aleshores volem extrapolar el resultat de la mostra a tota la població i per això cal que la mostra hagi estat triada a l'atzar.

Si escollim mostres diferents, obtindrem resultats diferents. Per això cal considerar el marge d'error associat a l'elecció d'una mostra.

Una **estimació puntual** d'un paràmetre de la població és el valor obtingut de l'estadístic per a la mostra. Una **estimació per intervals de confiança** és una estimació puntual \pm marge d'error.

Estimació per intervals de confiança de la mitjana

Direm μ a la mitjana de la població (que desconeixem) i σ a la desviació típica de la població. Suposarem que la mida de la mostra és més gran de 30, $n \geq 30$.

- L'estimació puntual de la mitjana és la mitjana de la mostra.
- El marge d'error e ve donat per

$$e = z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

si σ és coneguda. Si σ és desconeguda, aleshores $e = t \frac{s}{\sqrt{n}}$ on s és la desviació típica de la mostra, i t el valor obtingut amb la distribució t d'Student.

Els valors z i t depenen del nivell de confiança. Recordeu que per nivells de confiança de 95%, 95,5%, i 99%, els valors de z són 1,96, 2 i 2,58 respectivament.

Un nivell de confiança del 95% vol dir que per a un 95% de les mostres l'interval de confiança obtingut conté el valor de la mitja μ de la població.

Els intervals de confiança per a la mitjana es poden obtenir amb l'SPSS que ens dóna el límit superior i el límit inferior, aleshores el marge d'error e es calcula com

$$e = \frac{\text{Límit superior} - \text{Límit inferior}}{2}.$$

I al revés, amb la mitjana de la mostra (\bar{x}) o estimació puntual, l'interval de confiança és $\bar{x} \pm e$, o bé, $(\bar{x} - e, \bar{x} + e)$, El límit superior és $\bar{x} + e$ i l'inferior és $\bar{x} - e$.

Fixeu-vos que com més gran és el nivell de confiança, més gran és l'error. I com més gran és la mostra, més petit és l'error.

Fixat un error e , podem determinar la mida de la mostra

$$n = \frac{z^2 \sigma^2}{e^2}$$

(prenem l'enter més gran a partir del resultat de la dreta de l'equació).

Estimació per intervals de confiança de les proporcions o percentatges

Direm P a la proporció de la població (que desconeixem) i p a la proporció obtinguda a partir de la mostra. Suposarem que $np(1-p) \geq 20$.

- L'estimació puntual de la proporció P és la proporció p obtinguda a partir de la mostra.
- El marge d'error e per estimar una proporció P ve donat per

$$e = z \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.$$

El marge d'error en situació de màxima incertesa és

$$e = z \sqrt{\frac{1}{4n}}$$

on el valor de z depèn del nivell de confiança amb què estiguem treballant.

Fixeu-vos que com més gran és el nivell de confiança, més gran és l'error. I com més gran és la mostra, més petit és l'error. Per tant, una bona manera de disminuir l'error comés, és augmentar la mida de la mostra.

Fixat un error e , podem determinar la mida de la mostra

$$n = \frac{z^2}{4e^2}$$

(prenem l'enter més gran a partir del resultat de la dreta de l'equació).