

# MÈTODES MATEMÀTICS

Enginyeria Tècnica de Telecomunicació, 2007-2008

Derivades i integrals

46.- Feu una representació gràfica de la funció  $f(x) = \frac{5x}{x^2-4}$ .

47.- Trobeu les derivades parcials de les funcions següents:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad f(x, y) &= x^2 + y^3 + xy & \text{(b)} \quad f(x, y) &= x^2 \sin^2 y & \text{(c)} \quad f(x, y) &= x^{y^2} \\ \text{(d)} \quad f(x, y, z) &= e^{x^2+y^2+z^2} & \text{(e)} \quad f(x, y, z) &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} & \text{(f)} \quad f(x, y, z) &= e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}} \end{aligned}$$

**Sol:** (a)  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 + x$ , (b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x \sin^2 y$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = 2x^2 \sin y \cos y$ ,

(c)  $\frac{\partial f}{\partial x} = y^2 x^{y^2-1}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = 2yx^{y^2} \ln x$ , (d)  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2xe^{x^2+y^2+z^2}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = 2ye^{x^2+y^2+z^2}$ ,

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2ze^{x^2+y^2+z^2}$ , (e)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ ,

$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ , (f)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{x}{y^2} e^{\frac{x}{y}} - \frac{z}{y^2} e^{\frac{z}{y}}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{y} e^{\frac{z}{y}}$ .

48.- Trobeu la recta tangent i la recta normal (o perpendicular) a la corba  $y = 3x^2 - 5x + 2$  en el punt  $(2, 4)$ .

**Sol:** Recta tangent  $y = 7x - 10$ , recta normal  $y = (-x + 30)/7$

49.- Trobeu les equacions de les rectes tangents a la gràfica de  $y = x^3$  que són paral·leles a la recta  $16x - 3y + 17 = 0$ .

**Sol:**  $16x - 3y \pm 128/9 = 0$

50.- Trobeu l'equació del pla normal (o perpendicular) a la corba donada per  $x = t \sin t$ ,  $y = \cos t$ ,  $z = t$  en el punt  $P = (\pi/2, 0, \pi/2)$ .

**Sol:**  $x - y + z = \pi$

51.- Calculeu les següents primitives

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \int (x-1)^2 dx & \quad \text{(b)} \quad \int \frac{1}{(3-2x)x} dx & \quad \text{(c)} \quad \int \ln(1+x) dx & \quad \text{(d)} \quad \int xe^{2x} dx \\ \text{(e)} \quad \int x^2 \ln x dx & \quad \text{(f)} \quad \int (x^2+1) \sin x dx & \quad \text{(g)} \quad \int \cos^3 x dx & \quad \text{(h)} \quad \int e^{3x} \sin(2x) dx \end{aligned}$$

**Sol:** (a)  $\frac{(x-1)^3}{3} + c$ , (b)  $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{3-2x} \right| + c$ , (c)  $(1+x) \ln|1+x| - x + c$ , (d)  $\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x} + c$

(e)  $\frac{x^3}{3} \left( \ln x - \frac{1}{3} \right)$ , (f)  $(1-x^2) \cos x + 2x \sin x + c$ , (g)  $\sin x \left( 1 - \frac{\sin^2 x}{3} \right) + c$ ,

(h)  $\frac{(-2e^{3x} \cos(2x) + 3e^{3x} \sin(2x))}{13} + c$

52.- Quina és la massa d'una barra de longitud 1 cm que té densitat lineal  $f(x) = 2 + x^3$  Grams/cm, essent  $x$  la distància a un extrem?

**Sol:**  $9/4$  gr.

53.- Quina és l'àrea de la regió delimitada per les gràfiques de les funcions  $y = 5 - x^2$  i  $y = 3 - x$ ?

**Sol:**  $9/2$  u<sup>2</sup>