MÈTODES MATEMÀTICS

Enginyeria Tècnica de Telecomunicació, 2008-2009

Derivades i integrals

46.- Feu una representació gràfica de la funció $f(x) = \frac{5x}{x^2-4}$.

47.- Trobeu les derivades parcials de les funcions següents:

(a) $f(x,y) = x^2 + y^3 + xy$ (b) $f(x,y) = x^2 \sin^2 y$ (c) $f(x,y) = x^{y^2}$

(d) $f(x,y,z) = e^{x^2+y^2+z^2}$ (e) $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ (f) $f(x,y,z) = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$

Sol: (a) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x + y,\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 + x$**, (b)** $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x\sin^2 y,\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 2x^2 \sin y \cos y$**,**
(c) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = y^2 x^{y^2-1},\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 2yx^{y^2}\ln x$**, (d)** $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 2xe^{x^2+y^2+z^2},\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 2ye^{x^2+y^2+z^2}$**,**
$\dfrac{\partial f}{\partial z} = 2ze^{x^2+y^2+z^2}$**, (e)** $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},$
$\dfrac{\partial f}{\partial z} = \dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$**, (f)** $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{1}{y}e^{\frac{x}{y}},\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = -\dfrac{x}{y^2}e^{\frac{x}{y}} - \dfrac{z}{y^2}e^{\frac{z}{y}},\ \dfrac{\partial f}{\partial z} = \dfrac{1}{y}e^{\frac{z}{y}}$**.**

48.- Trobeu la recta tangent i la recta normal (o perpendicular) a la corba $y = 3x^2 - 5x + 2$ en el punt $(2,4)$.

Sol: Recta tangent $y = 7x - 10$**, recta normal** $y = (-x + 30)/7$

49.- Trobeu les equacions de les rectes tangents a la gràfica de $y = x^3$ que són paral·leles a la recta $16x - 3y + 17 = 0$.

Sol: $16x - 3y \pm 128/9 = 0$

50.- Trobeu l'equació del pla normal (o perpendicular) a la corba donada per $x = t\sin t$, $y = \cos t$, $z = t$ en el punt $P = (\pi/2, 0, \pi/2)$.

Sol: $x - y + z = \pi$

51.- Calculeu les següents primitives

(a) $\displaystyle\int (x-1)^2 dx$ (b) $\displaystyle\int \frac{1}{(3-2x)x}dx$ (c) $\displaystyle\int \ln(1+x)dx$ (d) $\displaystyle\int xe^{2x}dx$

(e) $\displaystyle\int x^2 \ln x dx$ (f) $\displaystyle\int (x^2+1)\sin x dx$ (g) $\displaystyle\int \cos^3 x dx$ (h) $\displaystyle\int e^{3x}\sin(2x)dx$

Sol: (a) $\dfrac{(x-1)^3}{3} + c$**, (b)** $\dfrac{1}{3}\ln\left|\dfrac{x}{3-2x}\right| + c$**, (c)** $(1+x)\ln|1+x| - x + c$**, (d)** $\dfrac{1}{4}(2x-1)e^{2x} + c$
(e) $\dfrac{x^3}{3}\left(\ln x - \dfrac{1}{3}\right)$**, (f)** $(1-x^2)\cos x + 2x\sin x + c$**, (g)** $\sin x\left(1 - \dfrac{\sin^2 x}{3}\right) + c$**,**
(h) $\dfrac{(-2e^{3x}\cos(2x) + 3e^{3x}\sin(2x))}{13} + c$

52.- Quina és la massa d'una barra de longitud 1 cm que té densitat lineal $f(x) = 2 + x^3$ Grams/cm, essent x la distància a un extrem?

Sol: $9/4$ **gr.**

53.- Quina és l'àrea de la regió delimitada per les gràfiques de les funcions $y = 5 - x^2$ i $y = 3 - x$?

Sol: $9/2$ $\mathbf{u}^2$